**Schulinternen Lehrplan
zum Kernlehrplan
für die gymnasiale Oberstufe**

Mathematik

Stand: 12.07.2017

Inhalt

		Seite
1	**Die Fachgruppe Mathematik**	2
	1.1 Bezug zu relevanten Aspekten des Schulprogramms	2
	1.2 Bezug zu relevanten Aspekten der Schulgemeinde	3
	1.3 Organisationsstruktur der Fachschaft und des Unterrichts	3
	1.4 Legimitation und Schwerpunkte der didaktischen Arbeit	4
2	**Entscheidungen zum Unterricht**	6
	2.1 Unterrichtsvorhaben	**6**
	2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben	7
	2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben	21
	2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	**85**
	2.2.1 Kursübergreifender Unterricht als Unterstützungsstruktur	85
	2.2.2. Grundsätze der Unterrichtsgestaltung	85
	2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	**87**
	2.3.1 Zugang zur Leistungsbewertung	87
	2.3.1.a Pädagogischer Leistungsbegriff	87
	2.3.1.b Allgemeiner Leistungsbegriff	87
	2.3.2 Beurteilung der schriftlichen Leistung	87
	2.3.3 Beurteilung der sonstigen Mitarbeit	89
	2.4 Forderung durch iMPACt	90
3	**Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen**	92
4	**Qualitätssicherung und Evaluation**	**93**

1 Die Fachgruppe Mathematik am Couven- Gymnasium

1.1 Bezug zu relevanten Aspekten des Schulprogramms

Das Couven-Gymnasium ist eines von sieben öffentlichen Gymnasien der Stadt. Es liegt im Innenstadtbereich und hat eine entsprechend heterogene Schülerschaft, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft. Das Couven-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I fünfzügig und wird als Halbtagsgymnasium geführt. Die Schülerinnen und Schüler kommen mit unterschiedlichen Voraussetzungen aus der Primarstufe im Aachener Stadtbereich oder aus der Städtergion zum Couven-Gymnasium. Der Unterricht nimmt insbesondere in der Erprobungsstufe Rücksicht auf diese unterschiedlichen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler. In der Fachgruppe Mathematik wird kontinuierlich an Aspekten von Unterrichtsentwicklung und zielführenden Diagnosemechanismen gearbeitet.

Unsere Herangehensweise im Mathematikunterricht ist geleitet von der Vorstellung einer modernen Unterrichtskultur, in der die Vielfalt und Individualität so gefördert und gefordert werden, dass unsere Schülerinnen und Schüler ihre Schullaufbahn mit einem für sie bestmöglichen Abitur beenden (vgl.Schulprogramm). Vielfalt ist grundlegende Maxime unserer Unterrichtsgestaltung, da sie neben den im Schulprogramm genannten zentralen Aspekten auch dem Ziel dient, ein möglichst umfassendes Bild von Mathematik zu vermitteln:

- Wir arbeiten mit vielfältigen Denkstrategien und Lösungswegen, begrüßen diese nicht nur, sondern fordern sie heraus.
- Wir nutzen vielfältige Themen in unserer Kontextauswahl, interessensgebunden und gendersensibel.
- Wir wählen aus einer Vielfalt von Lernformen die aus, die den individuellen Dispositionen der Lernenden sowie der Anforderungen der fachlichen Gegenstände am besten gerecht werdenden können.

Diesbezüglich ist für uns die Bereitstellung vielfältiger Unterstützungsstrukturen sowohl in materieller als auch in prinzipieller Hinsicht ein ganz wichtiger Baustein der Unterrichtsgestaltung. Neben den kognitiven Faktoren (des Wissens und des Könnens) erkennen und betonen wir die Relevanz affektiver Bereiche für erfolgreiche Lernprozesse. Herausgehoben seien hierbei Motivation und das „mathematische Selbstbild der Lernenden“. Motivation entsteht durch Freude an der Tätigkeit oder durch Interesse am Gegenstand, sowie durch die Erwartung guter Noten. In letzterer spielt die Erfahrung von Selbstwirksamkeit und die Gewissheit, Anforderungen erfolgreich aufgrund eigener Kompetenz begegnen zu können eine zentrale Rolle. Insbesondere diese Selbstwirksamkeitserfahrungen zu stabilisieren ist im Unterricht bei uns am Couven-Gymnasium stets von zentralem Interesse. In dem für uns bedeutsamen Aspekt der Kontextorientierung, aber auch innermathematisch sind für uns die zentralen Prinzipien sprachsensiblen Fachunterrichtes stets eine Selbstverständlichkeit.

1.2 Bezug zu relevanten Aspekten der Schulgemeinde

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 20 Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen, überwiegend aus Realschulen der Stadt, und in M, D und E auf die parallelen Kurse gleichmäßig verteilt. Somit vereinen sich auch durch unterschiedlich erfolgreiche und intensive Laufbahnen der SuS in der Sekundarstufe I sehr viele unterschiedliche Voraussetzungen zum Beginn der Einführungsphase.

Der Unterricht nimmt folglich insbesondere in der Einführungsphase Rücksicht auf diese unterschiedlichen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler. In der Fachgruppe Mathematik wird kontinuierlich an Aspekten von Unterrichtsentwicklung und zielführenden Diagnosemechanismen gearbeitet. In der Einführungsphase wird im Rahmen eines Vertiefungskurses die Möglichkeit angeboten, unterstützt durch eine Fachlehrkraft, individuell an der Verbesserung der bestehenden inhaltlichen und fachmethodischen Kompetenzen zu arbeiten. Diesbezüglich erfolgt eine Beratung durch die in der Jahrgangsstufe neun eingesetzten Lehrkräfte, sowie auch im laufenden Unterrichtsjahr unterrichtsbegleitend durch die Fachlehrer/innen, wobei jeweils bei entsprechendem Bedarf die Teilnahme an einem Vertiefungskurs empfohlen wird.

In der Forderung mathematisch begabter SuS sind neben der selbstverständlichen Differenzierung des Unterrichts und der kontinuierlichen Wettbewerbsteilnahme insbesondere die beiden in Kooperation mit der RWTH durchgeführten Projekte iMPACt (matheplus Aachen) und CAMMP hervorzuheben, die im Rahmen des AG- Bereichs, in Projektkursen oder in ein- bzw. mehrtägigen Exkursionen realisiert werden können.

1.3 Organisationsstruktur der Fachschaft und des Mathematikunterrichts

In der Regel werden in der Einführungsphase 6-7 parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase zwei bis drei Leistungs- und 4-5 Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im 90-Minuten-Takt statt, d.h. alternierend 1 und 2 Doppelstunden pro Woche im GK, 2 und 3 Doppelstunden im LK.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt.

Dazu stehen in der Schule mehrere PC-Unterrichtsräume sowie Macbooks zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

Der grafikfähige Taschenrechner (Casio fx-CG 20) wird in der Einführungsphase eingeführt.

Verantwortliche:

Fachkonferenzvorsitz 2016/2017:	Hildegard Hürtgen
Stellvertreter	Christian Fengler
Koordination CAMMP	Stella Zieger
Koordination Wettbewerbe extern	Ute Hans
Koordination Wettbewerbe intern	Henning Buhr

1.4 Legimitation und Schwerpunkte der didaktischen Arbeit

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:

Realitätsbezüge übernehmen bei der Gestaltung eines zeitgemäßen und effektiven Mathematikunterrichts eine wesentliche Funktion, die über motivationale Aspekte hinausgeht. Der Mathematikdidaktiker Heinrich Winter (, der über 40 Jahre an Aachener Schulen und Hochschulen lehrte) betont in einem Konzept, das die Basis der Kernlehrpläne unseres Landes darstellt, dass Mathematik zum einen in ihrer Funktion zum Verständnis der uns umgebenden Welt, andererseits als Struktur, als „deduktiv geordnete Welt eigener Art“ erfahrbar werden soll. Dies stellen für uns keine widersprüchlichen Anforderungen dar, sondern werden von uns als Prinzipien genutzt, die sich gegenseitig förderlich ergänzen.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht somit bei uns Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit (gendersensitivem) Lebensweltbezug vermittelt werden. Dies geschieht stets schon ab deren Einführung, so dass die Kontexte nicht nur als „Anwendung von Mathematik“ betrachtet werden, sondern auch anders herum dazu dienen, die Mathematik erst über Alltagsverständnis vorzustellen und auf Basis dieses Verständnisses zu abstrahieren. Weiterhin hinterfragt moderner Mathematikunterricht die Rolle, die Mathematik in unserer heutigen Welt spielt, kritisch (etwa bei mathematischen Berechnungen bezüglich sozialer Fragestellungen). Mithilfe normativer Modelle können Schüler/innen selber mathematische Modelle aufgrund ihrer persönlichen Wertvorstellungen gestalten. Dies geschieht in allen Jahrgangsstufen durch eine intensive und kritische Auseinandersetzung mit Text- und Anwendungsaufgaben. Die Schüler/innen werden angeleitet, Modellannahmen kritisch zu hinterfragen und ihre mathematischen Ergebnisse im Hinblick auf Werturteile zu reflektieren.
In der Sekundarstufe II kann somit verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von vielfältigen Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

Wir gestalten den Unterricht in Grund- und Leistungskursen stets in der Generierung kognitiv aktiver Lernprozesse durch eine sinnvolle Abfolge von Phasen der Instruktion und der individuellen Konstruktion. Dabei werden zur Auswahl der Lernform die Bedürfnisse der Lernenden und die Notwendigkeiten des Lerngegenstands berücksichtigt.

Die mediale Ausstattung am Couven-Gymnasium ermöglicht uns weitreichenden und komfortablen Softwareeinsatz, der die zentralen Werkzeuge im Mathematikunterricht als Selbstverständlichkeit zugrunde legen kann, jedoch sicher stets auf den Lernprozess zugeschnitten erfolgt und somit den Kindern im Sinne einer medienpädagogischen Kompetenzschulung zunehmend Reflexionen über den Medieneinsatz ermöglicht.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

<table>
<tr><th colspan="2">Einführungsphase (1. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben 1:</u>

Thema:
Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Mehrstufige Zufallsexperimente

Zeitbedarf: 8 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben 2:</u>

Thema:
Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Zeitbedarf: 8 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben 3:</u>

Thema:
Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen

Zeitbedarf: 12 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben 4 :</u>

Thema:
Eigenschaften ganzrationaler Funktionen, auch Anwendungen im Sachkontext (E-A2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundlegende Eigenschaften, Nullstellenbestimmungen

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Einführungsphase (2. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben 5:</u>

Thema:
Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, Ableitungsregeln (E-A3)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs

Zeitbedarf: 14 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben 6:</u>

Thema:
Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben 7:</u>

Thema:
Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Koordinatisierungen des Raumes

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben 8:</u>

Thema:
Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Vektoren und Vektoroperationen

Zeitbedarf: 8 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Einführungsphase: 80 Stunden</u></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS (1. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I</u>

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A1)

Zentrale Kompetenzen:
Kommunizieren
Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Grundverständnis des Integralbegriffs
Zeitbedarf: 14 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A2)

Zentrale Kompetenzen:
Argumentieren
Werkzeuge nutzen
Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Integralrechnung
Zeitbedarf: 16 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>

Thema:
Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A3)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Werkzeuge nutzen
Inhaltsfelder:
Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
Funktionen als mathematische Modelle
Lineare Gleichungssysteme
Zeitbedarf: 22 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema:
Optimierungsprobleme (Q-LK-A4)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Problemlösen
Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
Funktionen als mathematische Modelle
Fortführung der Differentialrechnung
Zeitbedarf: 16 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS (2. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung (Kurvendiskussion)
• Integralrechnung (Flächenber., uneigentliche Integrale)

Zeitbedarf: 14 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 20 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u>

Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u>

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden</u></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (1. Halbjahr)	
Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema:** *Ebenen und Lagebeziehungen (Q-LK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* **Thema:** *Schnittwinkel und Abstandsprobleme (Q-LK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Winkel und Abstände (von Geraden und Ebenen) **Zeitbedarf:** 16 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-III: **Thema:** *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 10 Std. .	*Unterrichtsvorhaben Q2-IV:* **Thema:** *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Verknüpfung aller Kompetenzen **Zeitbedarf:** 10 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (1. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen

Zeitbedarf: 5 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 10 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (2. Halbjahr)	
Unterrichtsvorhaben Q1-VII: **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std	*Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:* **Thema:** *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Normalverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-IX: **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Testen von Hypothesen **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-X:* **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 10 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden	

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (1. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

Zentrale Kompetenzen:
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Integralbegriffs

Zeitbedarf: 14 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 8 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III :</u>

Thema:
Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder:
Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Funktionen als mathematische Modelle
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 14 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema:
Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen

Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Funktionen als mathematische Modelle

Zeitbedarf: 10 Std</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (2. Halbjahr)	
Unterrichtsvorhaben Q2-V: **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-VI:* **Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 12 Std.
Unterrichtsvorhaben Q1-VII: **Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:* **Thema***: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)* **Zentrale Kompetenzen**: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 8 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 84 Stunden	

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS (1. Halbjahr)</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Lagebeziehungen

Zeitbedarf: 8 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II :</u>

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 8 Std</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u>

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u>

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 9 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS (2. Halbjahr)	
Unterrichtsvorhaben Q2-V: **Thema:** *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 9 Std.	_Unterrichtsvorhaben Q2-VI :_ **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 9 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 48 Stunden	

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-S1	9
V	E-S2	9
VI	E-A4	12
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	12
III	Q-GK-A3	15
IV	Q-GK-A4	9
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
VII	Q-GK-G1	9
VIII	Q-GK-G2	9
	Summe:	84
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-G3	6
II	Q-GK-G4	9
III	Q-GK-S1	6
VI	Q-GK-S2	9
V	Q-GK-S3	9
VI	Q-GK-S4	9
	Summe:	48

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Stundenzahl**
I	Q-LK-A1	10
II	Q-LK-A2	20
III	Q-LK-A3	20
IV	Q-LK-A4	20
V	Q-LK-A5	20
VI	Q-LK-A6	20
VII	Q-LK-G1	10
VIII	Q-LK-G2	10
	Summe:	130
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-G3	10
II	Q-LK-G4	10
III	Q-LK-G5	10
IV	Q-LK-G6	10
V	Q-LK-S1	5
VI	Q-LK-S2	10
VII	Q-LK-S3	5
VIII	Q-LK-S4	10
IX	Q-LK-S5	10
X	Q-LK-S6	10
	Summe:	90

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Couven-Gymnasiums verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Einführungsphase

EF-UV1 (Stochastik1): *Den Zufall im Griff – Modellieren von Zufallsprozessen*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente. • simulieren Zufallsexperimente. • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen. • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln. • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … (Erwartungswert)	Ein empfehlenswertes Einstiegsbeispiel zu den Pfadregeln ist das Ziegenproblem oder die Kombination einer sensitiven Umfrage (z.B. „Hast du schon einmal Drogen genommen?“ randomized response) mit einem Zufallsexperiment. Zur Modellierung von Wirklichkeit können auch Simulationen (eventuell unter Verwendung des GTR) geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator) werden. Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren, Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituation vertieft werden. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

<table>
<tr><th colspan="2">EF-UV2 (Stochastik2): Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln
bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] (Rezipieren)
wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)

</td><td>
Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes sind Früherkennungs- oder Diagnosetests geeignet, zur Vertiefung die Beispiele Lügendetektor, Früherkennungsuntersuchung und Heroinsucht.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A\cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.
</td></tr>
</table>

EF-UV3 (Analysis1): *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (Experimentieren mit GTR, Validieren mittels Algebra)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen (Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten, Asymptoten), • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenz-, Sinus-, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter, • beschreiben Wachstumsprozesse mit Hilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mit Hilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur. *(Vermuten)* ***Kommunizieren*** • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang. *(Produzieren)*	Bei den Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten werden algebraische Rechentechniken parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt und, wenn erforderlich, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird auf diese Weise Rechnung getragen, beispielsweise bei linearen und quadratischen Funktionen. Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen. Eigenschaften von Potenzfunktionen und einfache Transformationen werden mit Hilfe des GTR (Zeichnen von Graphen)entdeckt und anschließend formuliert und mathematisiert. Es empfiehlt sich bei den Transformationen der Einstieg mit der Sinusfunktion, weil man an ihr die Auswirkungen besonders gut erkennen kann. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und deren Graphen unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Der Einstieg in lineare und exponentielle Wachstumsmodelle geschieht durch die Beispiele Ansparmodell 1 (lineares Wachstum), Waldfläche (lineare Abnahme), Ansparmodell 2 (exponentielles Wachstum) und radioaktiver Zerfall (exponentielle Abnahme). Weitere geeignete Beispiele wären Populationsentwicklungen, Abkühlungsvorgänge, Altersbestimmungen. Aus gegebenen Tabellen oder prozentualen Zu-/Abnahmewerten wird eine Funktionsgleichung für das exponentielle Wachstum/Zerfall pro Zeiteinheit (Wurzelziehen oder Hochrechnen des Wachstumsfaktors) aufgestellt. Mit Hilfe der Funktionsgleichung werden dann weitere Funktionswerte ausgerechnet (Zukunft oder Vergangenheit) und auch mit Hilfe des Logarithmus Fragen nach der Zeit beantwortet (insbesondere Halbwert- und Verdopplungszeit).

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Tabellenkalkulation und grafikfähige Taschenrechner, • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.	

EF-UV4 (Analysis2): Eigenschaften *ganzrationaler Funktionen, auch Anwendungen im Sachkontext*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen Eigenschaften ganzrationaler Funktionen (Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten, Verhalten in x=0, Nullstellen durch pq-Formel, Faktorisieren oder Substituieren (ohne digitale Hilfsmittel), • wenden die Eigenschaften ganzrationaler Funktionen im Sachkontext an, **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus (GTR), die den Lösungsweg unterstützen. *(Lösen)* ***Argumentieren*** • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur. *(Vermuten)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang. *(Produzieren)* ***Werkzeuge*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen, … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.	Die Motivation zur Beschäftigung mit ganzrationalen Funktionen kann z.B. durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere zu ganzrationalen Funktionen vom Grad 3. Die vielfältigen Graphen ganzrationaler Funktionen vom Grad größer/gleich 3 werden mit Hilfe des GTR entdeckt, wobei Parameter gezielt variiert werden können. Es werden die Symmetrie zum Ursprung und das Unendlichkeitsverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Qualitativ kann hier schon im Vergleich zur konstanten Steigung einer Geraden die Besonderheit einer variablen Steigung angesprochen werden (Bedeutung von flacher/steiler Steigung) und Punkte mit besonderer Steigung (Hoch-/Tief-/Sattelpunkte mit Steigung 0, Punkte mit größter/kleinster Steigung). Mit Hilfe der Transformationen können hier auch verschobene Symmetrien besprochen werden. Eine Kontrolle der Nullstellenberechnungen geschieht über den GTR.

EF-UV5 (Analysis 3): *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, Ableitungsregeln*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen die durchschnittliche Änderungsrate und interpretieren sie im Kontext, • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten, • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangentensteigung, • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, (h-Methode) • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an, • bestimmen Tangentengleichungen (innermathematische Anwendung), • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells aus, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation, *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen, *(Erkunden)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus. *(Lösen)*	Der Einstieg in die durchschnittliche Änderungsrate geschieht durch Beispiele mit unterschiedlichen Sachzusammenhängen (Autofahrt, Segelflugzeug, Tauernloipe, Hochwasser), die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät (Tachometer) ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt Autofahrt). Neben zeitabhängigen Vorgängen wird auch ein geometrischer Kontext betrachtet (z. B. Höhenprofil, Gebietsbegrenzung) Dynamische-Geometrie-Software (GTR) werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Für eine quadratische und kubische Potenzfunktion wird der Grenzübergang mit der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Die Lernenden vermuten dann eine Formel für die Ableitung einer beliebigen Potenzfunktion und auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Berechnung konkreter Ableitungswerte mit dem GTR werden die Vermutungen erhärtet. An dieser Stelle erweitert der Unterricht besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Entdeckens und Vermutens, dagegen spielen hier Kontexte eine untergeordnete Rolle. Beim Aufstellen einer Tangentengleichung mit Hilfe der Ableitung kann auch die Normale angesprochen werden. Die Anwendung der Ableitung im Sachkontext (Änderungsrate, Höhenprofil) soll in vielfältigen Beispielen angesprochen werden.

Argumentieren *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf, *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden, *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. *(Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, … grafischen Messen von Steigungen, … Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	

EF-UV6 (Analysis 4): *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (komplette Funktionsuntersuchung)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • leiten Funktionen graphisch ab (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion), • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen, • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen, *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes), *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus. *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]), *(Begründen)* • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie. (Beurteilen)	Das graphische Ableiten kann mit dem GTR eingeführt werden, soll aber auch durch Begründung der Zusammenhänge zwischen dem Ggraphen von f und seiner Ableitung geschehen. Durch das graphische Ableiten entdecken die Lernenden Kriterien für das Monotonieverhalten und die Extrempunkte, qualitativ erfahren sie Extremstellen in der Ableitung als Stellen, in denen die Steigung von f maximal oder minimal ist.. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

EF-UV7 (Geometrie1): *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells. (*Mathematisieren*) ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus. *(Produzieren)*	Zum Einstieg kann man im zweidimensionalen Raum das bekannte kartesische Koordinatensystem mit den Polarkoordinaten vergleichen, hier wird noch einmal der Sinus und der Cosinus aufgegriffen. Im dreidimensionalen Raum empfiehlt sich zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögen der Einstieg über die Spider-Cam, sowie das Darstellen von Punkten in einem dreidimensionalen Koordinatensystem einschließlich des zugehörigen Quaders und Spiegelungen an Koordinatenachsen und -ebenen .Unterstützend kann neben den Koordinatensystemmodellen eine dynamische Geometrie Software) eingesetzt werden.

EF-UV8 (Geometrie): *Vektoren bringen Bewegung in den Raum*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren, • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar, • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität, • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras, • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus. *(Lösen)* ***Kommunizieren*** • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang. *(Produzieren)*	Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten ((ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität. Gerichtete Größen (Geschwindigkeit, Kraft) werden durch Vektoren dargestellt. Anhand verschieden komplexer Dachformen werden mit Hilfe von Mittelpunkten und Seitenlängen Dachflächen (rechtwinklige und gleichschenklige Dreiecke, Rechtecke und gleichschenklige Trapeze) berechnet.

Qualifikationsphase

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext,
skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, (graph. Integrieren)
bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion.

Prozessbezogene Kompetenzen:
Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen, (Rezipieren)
formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (Produzieren)
wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus, (Produzieren)
wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, (Produzieren)
dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar, (Produzieren)
erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie. (Produzieren)

</td><td>
Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.

Der Einstieg erfolgt über eine Geschwindigkeitsfunktion (Fahrtenschreiber), bei der zunächst näherungsweise von der Geschwindigkeit auf die zurückgelegte Strecke geschlossen wird. Bei der Systematisierung wird anfangs aus einer konstanten Geschwindigkeit durch Alltagserfahrung auf die gefahrene Entfernung geschlossen. Dies wird sukzessive auf lineare und quadratische Funktionen übertragen und das entdeckte (geometr.: Flächeninhalt, rechnerisch: Umkehrung der Ableitung) Prinzip erweitert. Die Annäherung über Rechteckflächen ist auch geeignet zur Begründung der Integralschreibweise aus der Historie.
Im Anschluss an den Einstiegskontext wird an vielfältigen Anwendungen das Thema „Von der Änderungsrate zum Bestand“ vertieft, z.B. Zu- /Abfluss, Pflanzenwachstum, Populationsentwicklungen, Höhenprofile, … vertieft. An dieser Stelle ist arbeitsteilige Gruppenarbeit mit Präsentationen geeignet.
Beim graphischen Integrieren werden die Wendepunkte (Krümmungswechsel von f) als lokale Extrema der ersten Ableitung entdeckt und im Sachkontext interpretiert (lokal maximale/ minimale Änderung/ Steigung). Der GTR wird zur Kontrolle der entwickelten Graphen und Integrale eingesetzt. Die Beispiele werden hier aus dem Bereich der ganzrationalen Funktionen gewählt und daher zu diesem Zeitpunkt nur die Integrationsregeln bei ganzrationalen Funktionen formuliert und angewendet. Ein mathematischer Nachweiserfolgt im Zusammenhang mit den Integralfunktionen (s. Q-LK-A2).
</td></tr>
</table>

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion, • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen, • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs, • bestimmen Integrale numerisch […], • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf, *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden, *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her, *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten, *(Begründen)* • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise, *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (*Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,	Durch Ableiten der Integralfunktion J_a können die Schülerinnen und Schüler selbst entdecken, dass J_a eine Stammfunktion der Randfunktion f ist. Dieser Zusammenhang wird mit dem GTR durch einen Vergleich der Graphen von J_a und f betätigt. Hier können numerische Näherungsverfahren mit Hilfe des GTR thematisiert werden. Die Intervalladditivität und Linearität wird bei Flächenberechnungen (Fläche zwischen Graph und x-Achse, Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen, komplexe Flächen) thematisiert und angewendet. Hier wird der GRT zur Veranschaulichung von Graphen und bei der Kontrolle von Integralwerten eingesetzt. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Mit der Rotation um die y-Achse kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Thema Umkehrfunktionen aufgegriffen werden.

• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals.	

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A3)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen, • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben"), • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung,, • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, • beschreiben den Einfluss eines Scharparameters (Funktionsscharen). **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, *(Validieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?"** Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung" des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Zunächst werden nur Beispiele ausgewählt, die maximal drei Unbekannte haben. Bei (3x3)-Gleichungssystemen wird der Gauß-Algorithmus angewendet. Im Anschluss werden Gleichungssysteme mit vier oder mehr Variablem mit Hilfe des GTR gelöst. Eine Kontrolle der ermittelten Funktionsgleichung erfolgt über den GTR (Zeichnen des Graphen und Anzeigen besonderer Punkte).* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden

• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen.	Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht. *Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler ist es möglich, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen.*

Thema: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese, • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen, ○ Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück, • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. *(Validieren)* ***Problemlösen***	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Die Schülerinnen und Schüler • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation, *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen, *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …), *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen, *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten. *(Reflektieren)*	

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion,
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion,
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
    ○ natürliche Exponentialfunktion
    ○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
    ○ natürliche Logarithmusfunktion,
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: x → 1/x.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, *(Erkunden)*
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)*
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme),*(Lösen)*
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, *(Lösen)*
• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung. *(Reflektieren)*
 	
Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen,
… grafischen Messen von Steigungen,
• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer
	Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).
	Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
	Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung. eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.
	Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.
	
	Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.
	Dazu kann man ggfs. eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.
	
	Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.
	
	Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann

Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden. Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum, • bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. *(Validieren)*	Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse werden um Änderungsraten und Stammfunktion ergänzt (Ableitungen und Integration) Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet sich hier die Erarbeitung komplexer Integrationsregeln (Substitution, part. Integration) an.

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Geraden in Parameterform dar,
• interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext,
• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar,
• untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten,
• berechnen Schattenwürfe,
• untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten (Extremwertaufgabe).

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (Strukturieren)
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (Mathematisieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (Validieren)
• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung. (Validieren)</td><td>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Bei den Lagebeziehungen wird unterschieden zwischen der gegenseitigen Lage zweier Geraden (verschiedene Parameter, LGS) und dem kleinsten Abstand zweier sich geradlinig bewegenden Objekte (gleicher Parameter, Extremwertaufgabe).</td></tr>
</table>

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software, • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, … Darstellen von Objekten im Raum.	

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung),
• bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...].

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, (Erkunden)
• analysieren und strukturieren die Problemsituation, (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (Lösen)
• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten. (Reflektieren)
</td><td>
Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. Mit Hilfe des Skalarprodukts wird die Winkelformel zur Berechnung des Winkels zwischen zwei Vektoren hergeleitet.
Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.

Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.
Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$ und $(\vec{a})^2=(\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eines Parallelogramms.

In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann.
Hierbei wird insbesondere das Verfahren der Fußpunktbestimmung über einen zur Geraden senkrechten Verbindungsvektor mit der Minimierung der Länge des Verbindungsvektors durch analytische Methoden verglichen, und dadurch die unterschiedlichen Inhaltsbereiche miteinander vernetzt.
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Ebenengleichungen und Lagebeziehungen (Q-LK-G3)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar,
deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es (Normalenvektor),
stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, (Spurpunkte)
untersuchen Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen zwei Ebenen.

Prozessbezogene Kompetenzen:
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler

stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff), (Begründen)
nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (Begründen)
überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (Beurteilen)

Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler

erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, (Rezipieren)
formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (Produzieren)
wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen. (Produzieren)

</td><td>
Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen:

Betrachtet wird die Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ($\vec{a} = 0$) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet.

Zu Beginn der Betrachtung von Ebenendarstellungen empfiehlt sich die Parametergleichung, da sie an die Parametergleichung von Geraden anknüpft und anschaulich ist. Da sie aber rechenunfreundlich ist, wird nur das Aufstellen einer Parametergleichung (aus drei Punkten, aus Punkt und Gerade, aus zwei Geraden) besprochen. Über das Skalarprodukt wird dann die Normalen- bzw. Koordinatengleichung als rechenfreundliche Alternative eingeführt, als Sonderfall ggfs. die Achsenabschnittsform (Spurpunkte).

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.

Beim Wechsel von der Parameter- zu einer Koordinatenform wird der Normalenvektor über das Kreuzprodukt der Spannvektoren berechnet, umgekehrt wird eine Parametergleichung durch drei Punkte aus der Koordinatengleichung ermittelt. An dieser Stelle wird betrachtet, dass nur mit Hilfe der Parameterform Einschränkungen des Definitionsbereiches (z.B. auf Parallelogramme, Dreiecke) durch Intervalle für die Parameter vorgenommen werden können.

Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen zwei Ebenen erfolgen unter Verwendung der Koordinatengleichung oder durch GTR-Einsatz.
</td></tr>
</table>

Thema: *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen Schnittwinkel bei sich schneidenden Geraden, Ebenen oder beim Schnitt von Gerade und Ebene, • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff), *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen, (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie, *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität. *(Diskutieren)*	Die Schnittwinkelformeln (mit sin/ cos) werden aus der Formel für den Winkel zwischen zwei Vektoren hergeleitet. Bei der Abstandsbestimmung eines Punktes von einer Geraden wird das Lotebenen-Verfahren dem Lotgeraden-Verfahren gegenüber gestellt. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung und der Abstandsberechnung mit Hilfe des Skalarprodukts an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten (Formel bzw. HNF, Hilfsebenen, Punktescharen) genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. Die Abstände paralleler Geraden und Ebenen werden auf die Abstände Punkt/ Ebene bzw. Punkt/ Gerade zurückgeführt.

Thema: *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: **(in komplexen Aufgaben und in Anwendungskontexten)** *Die Schülerinnen und Schüler* • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen, • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen, • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation, *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]), *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz. *(Reflektieren)*	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Weitere Formen der Abstandsberechnungen müssen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. Der Einsatz des GTR bietet Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen.	

Thema: *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: **(in komplexen Aufgaben und in Anwendungskontexten)** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Geraden in Parameterform dar, • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar, • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen, • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. *(Validieren)* •	*Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.* Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen. Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden. Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-)satz von Euklid. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

Problemlösen *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten, *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz, *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, *(Reflektieren)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung. *(Reflektieren)*	

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: **(WH EF)** *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler (evtl. mit Boxplots) reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufalls-experimente, • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen, […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen, … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls-größen, … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen,	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich Schokoladen-Überraschungeier, Lotto 6 aus 49, Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). *Hinweis: Der Einsatz des GTR erfolgt zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten sowie zur Bestimmung unbekannter Stichprobenumfänge und Trefferwahrscheinlichkeiten. Dies ermöglicht den Verzicht auf Tabellen in Papierform und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen, • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen, • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen . **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen, *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern), *(Lösen)* • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung. *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen, […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen,	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

… Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen, (Erwartungswert, Standardabweichung) … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen.	

Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S4)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse, • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen, *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, *(Produzieren)* • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei. *(Diskutieren)*	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

Thema: *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion, • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen, • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve). **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, *(Strukturieren)* • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen, *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen. *(Lösen)*	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Der Übergang von der Binomialverteilung zur Normalverteilung erfolgt über die Betrachtung von Beispielen mit großem Stichprobenumfang (Annäherung des Histogramms durch eine Gauß'sche Glockenkurve, Δy), sowie im Übergang zu stetig verteilten Zufallsvariablen bei der Betrachtung von Beispielen mit Δx gegen Null (Z.B. bei der Körpergröße oder Füllstandsproblemen). Die Herleitung der Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) als Vertiefung der Integralrechnung wird im Leistungskurs thematisiert, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A2). Die Visualisierung kann mithilfe des GTR oder GeoGebra erfolgen. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, … ggfs. Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufalls-größen, • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

stellen lineare Gleichungssysteme als Matrix-Vektor-Produkt dar,
beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen,
verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände).

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler

präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (Vermuten)
nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (Begründen)
stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (Beurteilen)

</td><td>
Einstieg erfolgt z. B. über ein Nahrungmittelbeispiel oder Fahrradverleih, wird an einem Prozessdiagramm dargestellt und anschaulich auf der Basis von im Kurs generierten Werten berechnet und im weiteren Verlauf durch das Matrix-Vektor-Produkt formalisiert.

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit bei den Übergängen) und Analysis (Grenzwert bei der Grenzmatrix) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.
</td></tr>
</table>

Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A1)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext,
skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, (graph. Integrieren)
bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion.

Prozessbezogene Kompetenzen:
Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen, (Rezipieren)
formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (Produzieren)
wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus, (Produzieren)
wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, (Produzieren)
dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar, (Produzieren)
erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie. (Produzieren)

</td><td>
Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.

Der Einstieg erfolgt über eine Geschwindigkeitsfunktion (Fahrtenschreiber), bei der zunächst näherungsweise von der Geschwindigkeit auf die zurückgelegte Strecke geschlossen wird. Bei der Systematisierung wird anfangs aus einer konstanten Geschwindigkeit durch Alltagserfahrung auf die gefahrene Entfernung geschlossen. Dies wird sukzessive auf lineare und quadratische Funktionen übertragen und das entdeckte (geometr.: Flächeninhalt, rechnerisch: Umkehrung der Ableitung) Prinzip erweitert. Die Legitimation dieses Vorgehens wird bei Näherungsverfahren (Annäherung über Rechtecksummen). Die Annäherung über Rechteckflächen ist auch geeignet zur Begründung der Integralschreibweise aus der Historie.
Im Anschluss an den Einstiegskontext wird an vielfältigen Anwendungen das Thema „Von der Änderungsrate zum Bestand“ vertieft, z.B. Zu- /Abfluss, Pflanzenwachstum, Populationsentwicklungen, Höhenprofile, … vertieft. An dieser Stelle ist arbeitsteilige Gruppenarbeit mit Präsentationen geeignet.
Beim graphischen Integrieren werden die Wendepunkte (Krümmungswechsel von f) als lokale Extrema der ersten Ableitung entdeckt und im Sachkontext interpretiert (lokal maximale/ minimale Änderung/ Steigung). Der GTR wird zur Kontrolle der entwickelten Graphen und Integrale eingesetzt. Die Beispiele werden hier aus dem Bereich der ganzrationalen Funktionen gewählt und daher zu diesem Zeitpunkt nur die Integrationsregeln bei ganzrationalen Funktionen formuliert und angewendet. Ein mathematischer Nachweiserfolgt im Zusammenhang mit den Integralfunktionen (s. Q-LK-A2).
</td></tr>
</table>

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung), • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen, • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge, • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf, *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden, *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her. *(Begründen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und	Durch Ableiten der Integralfunktion J_a können die Schülerinnen und Schüler selbst entdecken, dass J_a eine Stammfunktion der Randfunktion f ist. Dieser Zusammenhang wird mit dem GTR durch einen Vergleich der Graphen von J_a und f betätigt. Hier können numerische Näherungsverfahren mit Hilfe des GTR thematisiert werden. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals.	Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	*Zunächst werden nur Beispiele ausgewählt, die maximal drei Unbekannte haben. Bei (3x3)-Gleichungssystemen wird der Gauß-Algorithmus angewendet. Im Anschluss werden Gleichungssysteme mit vier oder mehr Variablem mit Hilfe des GTR gelöst. Eine Kontrolle der ermittelten Funktionsgleichung erfolgt über den GTR (Zeichnen des Graphen und Anzeigen besonderer Punkte).* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Optimierungsprobleme (Q-GK-A4)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.(Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)

Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.
An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).
Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.
Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.

Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der</td></tr>
</table>

• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	zweiten Ableitung).

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion, • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze, • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang, • bilden die Ableitungen natürlicher Exponentialfunktionen. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme), *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, *(Lösen)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung. *(Reflektieren)*	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie ggfs. eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, … grafischen Messen von Steigungen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*	Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse werden um Änderungsraten und Stammfunktion ergänzt (Ableitungen und Integration).d Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

stellen Geraden in Parameterform dar,
interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext,
stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar,
untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten,
berechnen Schattenwürfe,
untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten (Extremwertaufgabe).

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (Strukturieren)
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (Mathematisieren)
beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (Validieren)

</td><td>
Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.
</td></tr>
</table>

• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung. *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software, • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, … Darstellen von Objekten im Raum.	Bei den Lagebeziehungen wird unterschieden zwischen der gegenseitigen Lage zweier Geraden (verschiedene Parameter, LGS) und dem kleinsten Abstand zweier sich geradlinig bewegenden Objekte (gleicher Parameter, Extremwertaufgabe).

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es, • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung). **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation, *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]), *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz. *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). *Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.* Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. *Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden.* Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Thema: *Darstellung von Ebenen (Q-GK-G3)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar, • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es (Normalenvektor), • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, (Spurpunkte) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff), *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen. *(Produzieren)*	Zu Beginn der Betrachtung von Ebenendarstellungen empfiehlt sich die Parametergleichung, da sie an die Parametergleichung von Geraden anknüpft und anschaulich ist. Da sie aber rechenunfreundlich ist, wird nur das Aufstellen einer Parametergleichung (aus drei Punkten, aus Punkt und Gerade, aus zwei Geraden) besprochen. Über das Skalarprodukt wird dann die Normalen- bzw. Koordinatengleichung als rechenfreundliche Alternative eingeführt, als Sonderfall ggfs. die Achsenabschnittsform (Spurpunkte). *Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.* Beim Wechsel von der Parameter- zu einer Koordinatenform wird der Normalenvektor über das Kreuzprodukt der Spannvektoren berechnet, umgekehrt wird eine Parametergleichung durch drei Punkte aus der Koordinatengleichung ermittelt. An dieser Stelle wird betrachtet, dass nur mit Hilfe der Parameterform Einschränkungen des Definitionsbereiches (z.B. auf Parallelogramme, Dreiecke) durch Intervalle für die Parameter vorgenommen werden können.

Thema: *Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G4)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen […]. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an. *Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).* Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene oder zwischen zwei Ebenen werden mit der rechenfreundlichen Koordinatengleichung behandelt.

• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben,
• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen,
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen.

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (Validieren)</td><td>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.
Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)</th></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
• erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
• beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung,
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen. […]

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (Validieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […],
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Generieren von Zufallszahlen,
… Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls-</td><td>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den</td></tr>
</table>

größen, … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen, … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen. (Erwartungs-wert, Standardabweichung)	*Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

Thema: *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen, • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung, *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen, *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her, *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten. *(Begründen)*	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. *Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.* *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen lineare Gleichungssysteme als Matrix-Vektor-Produkt dar, • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen, • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, *(Begründen)*	Als Einstieg empfiehlt sich die Darstellung von linearen Gleichungssystemen als Matrix-Vektor-Produkt. Hier kann das lösungsverhalten linearer Gleichungssysteme und der Gaußalgorithmus vertieft werden. *Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu

• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her, *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. *(Beurteilen)*	ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

2.2 Konkretisierung der Grundsätze fachmethodischer und fachdidaktischer Arbeit

2.2.1 Kursübergreifender Unterricht als Unterstützungsstruktur

Zur Konkretisierung von 1.4:
Der Unterricht in der SII wird in jeder Jahrgangsstufe in enger Absprache der Fachkollegen parallel durchgeführt. Zur Ergänzung des Lehrwerks werden in allen Kursen gleiche Arbeitsblätter im Unterricht eingesetzt. Dieses schon seit Jahren angewandte Prinzip erzeugt in der gesamten Schulgemeinde schon seit Jahren sehr positive Rückmeldungen. Dazu tragen auch die im Folgenden aufgeführten flankierenden Maßnahmen bei:

- Die ausführlichen Lösungen der Buchaufgaben und Arbeitsblätter sind den Schülerinnen und Schülern auf der Lernplattform *fronter* zugänglich, so dass sie bei selbstständiger Vor- und Nachbereitung des Unterrichts Ihre Lösungen überprüfen können. Dieses Vorgehen wird in der EF mit den SuS geübt, so dass in der Qualifikationsstufe darauf zurückgegriffen werden kann.

- Die Unterrichtsmaterialien werden von den Lehrerinnen und Lehrern in gegenseitiger Absprache immer weiter optimiert und an neue Lehrpläne sowie die Voraussetzungen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angepasst.

- Durch diese enge Zusammenarbeit können auch Schülerinnen und Schüler unterschiedlicher Kurse außerhalb des Unterrichts gemeinsam lernen.

- Zur Vorbereitung auf Klausuren bzw. abschließend auf das Abitur können die Schülerinnen und Schüler auf der Lernplattform zu jedem Themengebiet auf einen von einer Kollegin der Schule für alle erstellten "Roten Faden“ zugreifen, in dem die wichtigsten Inhalte, Zusammenhänge und Verfahren zusammengefasst sind und kurz an grundlegenden Beispielen veranschaulicht werden.

- Die Schülerinnen und Schüler werden weiterhin bei ihrer Klausurvorbereitung durch Übersichten über aktuelle Klausurthemen sowie Zusammenstellungen von relevanten, verständnisfördernden Aufgaben unterstützt. Diese Aufgaben werden im Unterricht sowie beim außerunterrichtlichen Arbeiten genutzt.

2.2.2. Grundsätze der Unterrichtsgestaltung

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender, inner- oder außermathematischer Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle (selbst)differenzierende Aufgaben (z. B. „Blütenaufgaben“) eingesetzt.
23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
24) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

2.3.1 Zugang zur Leistungsbewertung

2.3.1.a Pädagogischer Leistungsbegriff

Im Folgenden sind für uns zentrale Grundlagen der Planung von Mathematikunterricht und entsprechender Leistungsbewertung genannt:

- eine vertrauensvolle Bindung bildet die Grundlage zum Erbringen von Leistung, denn sie fördert echte Lernprozesse.
- um Leistungen erbringen zu können, müssen institutionalisierte und systematische Unterstützungsangebote vorliegen, die in diesem Rahmen eine Chance bieten, individuelle Schwierigkeitsbereiche zielführend bearbeiten zu können.
- Die Voraussetzung für Leistung besteht u.A. in differenzierter Anregung, da jeder Lernprozess individuell ist.
- Leistungsbewertung hat eine vielfältige Basis: Produkt, Prozess und Präsentation spielen eben so sehr eine Rolle wie kreative und insbesondere kommunikative Handlungen.
- Die Kriterien von Leistungsmessung und –bewertung unterliegen kontinuierlichen Kommunikationsprozessen, eine Verständigung auf Augenhöhe ist hier unerlässlich.

2.3.1.b Allgemeiner Leistungsbegriff

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen.
Bei der schriftlichen und mündlichen Darstellung wird auf sachliche und sprachliche Richtigkeit, auf fachsprachliche Korrektheit, auf gedankliche Klarheit und auf eine der Aufgabenstellung angemessene Ausdrucksweise geachtet.
Dem Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit" kommt der gleiche Stellenwert zu wie dem Beurteilungsbereich „Klausuren". Die Teilnoten in den beiden Beurteilungsbereichen werden unabhängig voneinander gebildet. Die Gesamtnote wird nicht nur rein arithmetisch, sondern nach pädagogischen Gesichtspunkten gebildet. Dabei ist die Entwicklung der Schülerin bzw. des Schülers über einen längeren Zeitraum zu beachten.

2.3.2 Beurteilung der schriftlichen Leistung

Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden im Vorfeld abgesprochen und gemeinsam gestellt.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Jede Klausur in der Oberstufe enthält einen „hilfsmittelfreien" Teil.
- Alle Klausuren in der Sekundarstufe II enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern im Vorfeld zu besprechen.

- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt kriterienorientiert anhand eines Bewertungsbogens und/ oder einer Musterlösung, die die Schülerinnen und Schüler als Rückmeldung erhalten.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.
- Sofern schriftliche Übungen (20 Minuten als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens) gestellt werden sollen, verständigen sich dazu die Fachlehrkräfte paralleler Kurse.

Verbindliche Instrumente:

Organisation der Klausuren

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, hier die obere Grenze der Bandbreite für Q1 und Q2 zu nutzen). (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, in allen Klausuren dieser Kurshalbjahre einheitlich zu verfahren). (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (3) und VV 14.3.)

Bewertung der Klausuren

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOSt §13 (2)) angemessen erscheint.

- In der EF wird die Note 1 ab ca. 90% und die Note 4 ab ca. 50% angesetzt, die anderen Notenstufen werden äquidistant verteilt.

Note	1	2	3	4	5	6
ab ca.	90%	äquidistant verteilt		50%	20%	

- In der Q-Phase wird die 1+ ab ca. 95%, die 4 ab ca. 50 % und die 4- ab ca. 45% verteilt.

Note	1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6
ab ca.	95%				äquidistant verteilt						50%	45%	äd.v.		20%	

2.3.3 Beurteilung der sonstigen Mitarbeit

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben…)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein. Die Schülerinnen und Schüler erhalten einen Bogen zur Einschätzung der eigenen Leistung im Rahmen der sonstigen Mitarbeit.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

	Anforderungen für eine	
Leistungsaspekt	**gute Leistung**	**ausreichende Leistung**
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne

	im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Portfolio	führt das Portfolio sorgfältig und vollständig	führt das Portfolio weitgehend sorgfältig, aber teilweise unvollständig
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

2.4 Forderung durch iMPACt (Matheplus)

Hintergrund zu iMPACt – MathePlus

Das Couven-Gymnasium war die erste von inzwischen vielen Schulen der Städteregion, die das Projekt Mathe-Plus als Übergangsunterstützung von der Schule zur Hochschule unternahm. MathePlus ist eine Initiative, die von Hochschullehrerinnen und Hochschullehrern der FH Aachen und der RWTH Aachen sowie von Lehrerinnen und Lehrern der Sekundarstufe II getragen wird. MathePlus will Akzente setzen und den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern Wissen und Können vermitteln, das den Einstieg in MINT - Studiengänge erleichtert.

Es ist ein zusätzliches Unterrichtsangebot für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II, das von teilnehmenden Schulen in Kooperation mit der FH Aachen und der RWTH Aachen entwickelt und durchgeführt wird. MathePlus kann und soll den regulären Mathematikunterricht nicht ersetzen und kann und soll auch nicht als vertiefendes Angebot für die Abiturvorbereitung dienen. Vielmehr werden mathematischen Strukturen und Anwendungsbereiche präsentiert, die im regulären Unterricht keinen Platz finden, für ein MINT-Studium oder andere mathematikhaltige Studiengänge aber sehr nützlich und wichtig sind. Den Schülern und Schülerinnen sollen über einen frühzeitigen Kontakt mit mathematischen Strukturen mögliche Ängste vor Abstraktem genommen werden. Über geeignete Inhalte und Aufgabenstellungen soll die Freude am logischen Denken geweckt werden.
Es sei auf die Homepage der RWTH verwiesen: http://www.mathematik.rwth-aachen.de/cms/Mathematik/Die_Fachgruppe/Schul_Angebote/Angebote_fuer_Schulen/~tek/MathePlus_Aachen_iMPACt_/.

Arbeit mit den Schülerarbeitsheften
Die Schülerarbeitshefte sind als Unterrichtsgrundlage konzipiert, mit deren Hilfe sich Schülerinnen und Schüler weitgehend selbstständig in das Thema einarbeiten können. Sie beginnen mit einer Einführung in das übergeordnete Thema und einem Überblick über die nötigen Vorkenntnisse. Am Ende stehen eine Zusammenfassung und übergeordnete Aufgaben zum Thema. Die Teilkapitel enthalten Einführungen und Einführungsaufgaben, Basiswissen, Beispiele, einfache Übungsaufgaben, komplexere Aufgaben, Anwendungen und Probleme sowie Zusammenfassungen des jeweiligen Themengebiets.
Das Schülerarbeitsheft setzt sich aus drei Büchern zusammen: Grundlagenkurs, Folgen und Reihen sowie komplexe Zahlen.
Es kann an der Hochschule bestellt werden und ist gleichzeitig auch als pdf-Dokument verfügbar.

Umsetzung am Couven-Gymnasium in Form eines Projektkurses für die Q1
Die Umsetzung an unserer Schule erfolgt schon seit Initialisierung in enger Zusammenarbeit mit der FH und RWTH Aachen. Gemäß den Rahmenbedingungen durch die „Verordnung über den Bildungsgang und die Abiturprüfung (APO-GOSt)“ ermöglicht der Projektkurs „vertieftes wissenschaftspropädeutisches Arbeiten an thematischen Schwerpunkten“. Er gibt Raum für selbstständiges Arbeiten, eigenverantwortliches Arbeiten im Team und lädt zur Auseinandersetzung mit der Thematik ein.
Der Projektkurs wird in der Qualifikationsphase (Q1) in zwei aufeinanderfolgenden Halbjahren als zweistündiger Kurs angeboten. Am Ende des Projektkurses, d.h. nach zwei Halbjahren, wird eine Jahresnote erteilt. Der Projektkurs ist ergebnisorientiert. Am Ende des Schuljahres findet eine Zertifikatsklausur statt, die von der FH und RWTH Aachen gestellt wird. An dieser Klausur können alle Schülerinnen und Schüler teilnehmen, die deutschlandweit im laufenden Schuljahr an einem iMPACt- Kurs teilgenommen haben.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Der Unterricht im Fach Mathematik in der Oberstufe ist bei uns in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Diese Entscheidung der Fachgruppe hat folgende Grundlagen:

- Die Konkretisierung innerhalb der Kontexte vereinfacht häufig den ersten Zugang zu mathematisch abstrakten Zusammenhängen.
- Das Lernen isolierter Sachverhalte begünstigt ein schnelles Vergessen des gelernten.
- Der schnelle Wandel des Wissens, die komplexen Strukturen und Interdependenzen in allen Bereichen von Gesellschaft, Wissenschaft, Wirtschaft und Technik erfordern in zunehmendem Maße übergreifendes und vernetztes Denken.

Somit ergeben sich vielfältige Möglichkeiten, mit anderen Fächern insbesondere durch Zuarbeit oder durch Anschluss an das durch sie bereitgestellt Vorwissen zusammenzuarbeiten.

3.1 Fachübergreifendes Arbeiten im Unterricht

Grundsätzlich unterstützt der Mathematikunterricht unter den Aspekten sprachsensiblen Fachunterrichts (Wortschatzpflege, inhaltliches Erfassen und Interpretieren von Textaufgaben, strukturiertes Formulieren) das Fach Deutsch bei der Entwicklung der Bildungssprache der Lernenden.

Für die inhaltliche Gestaltung der Kontexte stehen folgende Beispiele (konkret s. Kap. 2)

- Differential- und Integralrechnung: Physik (Schwerpunkt Kinematik)
- Exponentialfunktionen: Chemie, Biologie, Sozialwissenschaften
- Analytische Geometrie: Kunst, Physik, Erdkunde
- Stochastik: Biologie, Sozialwissenschaften, Erdkunde

3.2 CAMMP (Computergestütztes Mathematisches Modellierungsprogramm)

An vielen Stellen stoßen die Möglichkeiten der Realitätsnähe von Kontexten im unterrichtlichen Zusammenhang aufgrund der Komplexität an ihr Grenzen. Um dennoch den Schülerinnen und Schülern die Bearbeitung realer und sehr praxisnaher Probleme zu ermöglichen, sind wir in Kooperation mit der RwtH CAMMP-Schule geworden.

Bei CAMMP werden die Grundlagen der mathematischen Modellierung anhand von praktischen Beispielen erlernt. Die Schüler/innen arbeiten an der Lösung herausfordernder realer Probleme, benutzen dafür mathematische Methoden und Computersimulationen und werden dabei von Wissenschaftler/innen unterstützt. Die Anwendungen umfassen Fragestellungen aus den Bereichen Finanzen, Luft- und Raumfahrt, Videospiel-Design, medizinischer Bildgebung sowie Ökologie.

In CAMMP-days (eintägige Schülerlabore an der RwtH) können gesamte Kurse oder auch interessierte Schülergruppen an für sie relevanten Problemstellungen mathematische Modellierung vornehmen. Themen im letzten Jahr waren z.B.

- Wie funktioniert eigentlich GPS und was hat das mit Mathe zu tun?
- Wie sicher ist meine Privatsphäre in sozialen Netzwerken und was hat das mit Mathe zu tun?

In der CAMMP-Week, die einmal jährlich stattfindet, verbringen Schüler/innen mehrerer Aachener/Euregio Schulen (darunter i.d.R. sechs Lernende unserer Schule mit zwei Lehrkräften) eine Woche in einer Jugendherberge um an von Firmen oder Universitätsinstituten vorgegebenen Projekten zu forschen.

3.3. Ausbau der Kooperation

Eine Ausweitung der fachübergreifenden Arbeit auf zeitgleiche Kooperation mit anderen Fächern ist in der Diskussion und wird Gegenstand der Fachgruppenarbeit im kommenden Schuljahr sein.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Unsere konsequent parallele Arbeit, Materialaustausch eventuell neuer AB, sowie Erfahrungen mit unterschiedlichen Strategien und insbesondere die konsequent parallelen Klausuren in der gesamten Oberstufe gewährleisten ein sehr hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung.
Ein weiteres Instrumentarium gewährleistet das halbjährliche Einholen von Schülerfeedbacks, das bislang exemplarisch in der Q2 auf der Sammlung von Positiva/Negativa im Rahmen der Unterrichts- und Materialgestaltung angelegt war, zukünftig für alle Kurse auf Rückmeldung bezüglich vorgegebener Items der Unterrichtsgestaltung und Lernprozesse konkretisiert werden wird.

4.1. Arbeitsplanung

- Wir hoffen noch lange auf die wieder von Frau Hürtgen freundlicherweise erstellten Lösungen zugreifen zu können. Alle fühlen sich verantwortlich, den Korrekturprozess eingeschlichener Fehler sinnvoll zu unterstützen.
  → Herr Funk lädt jeweils die aktualisierten Dateien zum nächsten Schuljahresabschnitt hoch.
- Die Selbstevaluationsbögen und die Feedbackbögen können weiter angepasst werden.
  → Frau Hoffmann erstellt Diskussionsvorschläge bis zur Fachkonferenzsitzung.