

**Schulinternen Lehrplan
zum Kernlehrplan
für die gymnasiale Oberstufe**



Mathematik

Stand: 11.2.2015

Inhalt

	Seite
1 Die Fachgruppe Mathematik	3
2 Entscheidungen zum Unterricht	5
2.1 Unterrichtsvorhaben	5
2.1.1 <i>Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben</i>	7
2.1.2 <i>Konkretisierte Unterrichtsvorhaben</i>	20
2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	79
2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	
2.4 Lehr- und Lernmittel	
3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen	
4 Qualitätssicherung und Evaluation	

1a Die Fachgruppe Mathematik am Couven-Gymnasium

Hinweis: Um die Ausgangsbedingungen für die Erstellung des schulinternen Lehrplans festzuhalten, können beispielsweise folgende Aspekte berücksichtigt werden:

- Lage der Schule
- Aufgaben des Fachs bzw. der Fachgruppe
- Funktionen und Aufgaben der Fachgruppe vor dem Hintergrund des Schulprogramms
- Beitrag der Fachgruppe zur Erreichung der Erziehungsziele ihrer Schule
- Beitrag zur Qualitätssicherung und -entwicklung innerhalb der Fachgruppe
- Zusammenarbeit mit andere(n) Fachgruppen (fächerübergreifende Unterrichtsvorhaben und Projekte)
- Ressourcen der Schule (personell, räumlich, sächlich), Größe der Lerngruppen, Unterrichtstaktung, Stundenverortung
- Fachziele
- Name der/des Fachvorsitzenden und der Stellvertreterin/des Stellvertreters
- ggf. Arbeitsgruppen bzw. weitere Beauftragte

Das Couven-Gymnasium ist eines von sieben öffentlichen Gymnasien der Stadt. Es liegt im Innenstadtbereich und hat eine entsprechend heterogene Couven-Gymnasium, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft. Das Couven-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I fünfzünftig und wird als Halbtagsgymnasium geführt.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 20 Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen, überwiegend aus Realschulen der Stadt, und in M, D und E auf die parallelen Kurse gleichmäßig verteilt.

In der Regel werden in der Einführungsphase 6-7 parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase zwei Leistungs- und 4-5 Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im 90-Minuten-Takt statt, d.h. alternierend 1 und 2 Doppelstunden pro Woche im GK, 2 und 3 Doppelstunden im LK.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:

Durch ein fachliches Förderprogramm unter Einbeziehung von Schülerinnen und Schülern als Tutoren, begleitet durch regelmäßige Sprechstunden der Lehrkräfte und dort getroffene Lernvereinbarungen, werden Schülerinnen und Schüler mit Übergangs- und Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Für die Sekundarstufe II hat die Fachgruppe eine regelmäßige Arbeitsgemeinschaft mit Themen und Aufgaben aus vergangenen Mathematik-Olympiaden und A-lympiaden eingerichtet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Für die Sekundarstufe I gibt es dazu verbindliche Absprachen mit anderen Fachgruppen, wie z. B. Geographie, Politik und Biologie. Besonders eng ist die Zusammenarbeit mit der Fachgruppe Physik, was deshalb leicht fällt, da sie eine echte Teilmenge der Fachgruppe Mathematik darstellt.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule mehrere PC-Unterrichtsräume sowie Macbooks zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

Der grafikfähige Taschenrechner wird in der Einführungsphase eingeführt.

2 Entscheidungen zum Unterricht

Hinweis: Die nachfolgend dargestellte Umsetzung der verbindlichen Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans findet auf zwei Ebenen statt. Das **Übersichtsraster** gibt den Lehrkräften einen raschen Überblick über die laut Fachkonferenz verbindlichen Unterrichtsvorhaben pro Schuljahr. In dem Raster sind, außer dem Thema des jeweiligen Vorhabens, das schwerpunktmäßig damit verknüpfte Inhaltsfeld bzw. die Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte des Vorhabens sowie Schwerpunktkompetenzen ausgewiesen. Die **Konkretisierung von Unterrichtsvorhaben** führt weitere Kompetenzerwartungen auf und verdeutlicht vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen, z. B. zur Festlegung auf einen Aufgabentyp bei der Lernerfolgsüberprüfung durch eine Klausur.

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen

Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase (1. Halbjahr)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben 1:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben 2:</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben 3:</u></p> <p>Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben 4:</u></p> <p>Thema: Eigenschaften ganzrationaler Funktionen, auch Anwendungen im Sachkontext (E-A2)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften, Nullstellenbestimmungen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>

Einführungsphase (2. Halbjahr)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben 5:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, Ableitungsregeln (E-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben 6:</u></p> <p>Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben 7:</u></p> <p>Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben 8:</u></p> <p>Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>
Summe Einführungsphase: 80 Stunden	

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS (1. Halbjahr)

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 16 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 22 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 16 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS (2. Halbjahr)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung (Kurvendiskussion) • Integralrechnung (Flächenber., uneigentliche Integrale) <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (1. Halbjahr)

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: Ebenen und Lagebeziehungen (Q-LK-G3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: Schnittwinkel und Abstandsprobleme (Q-LK-G4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Winkel und Abstände (von Geraden und Ebenen) <p>Zeitbedarf: 16 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Verknüpfung aller Kompetenzen <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (1. Halbjahr)

Unterrichtsvorhaben Q1-V:

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Zeitbedarf: 5 Std.

Unterrichtsvorhaben Q1-VI:

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Binomialverteilung

Zeitbedarf: 10 Std.

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS (2. Halbjahr)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 5 Std</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Normalverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IX:</u></p> <p>Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testen von Hypothesen <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-X:</u></p> <p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden</u>	

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (1. Halbjahr)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III :</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 14 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle <p>Zeitbedarf: 10 Std</p>

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (2. Halbjahr)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 84 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS (1. Halbjahr)

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 8 Std</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS (2. Halbjahr)

Unterrichtsvorhaben Q2-V:

Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Binomialverteilung

Zeitbedarf: 9 Std.

Unterrichtsvorhaben Q2-VI :

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 9 Std.

Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 48 Stunden

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-S1	9
V	E-S2	9
VI	E-A4	12
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	12
III	Q-GK-A3	15
IV	Q-GK-A4	9
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
VII	Q-GK-G1	9
VIII	Q-GK-G2	9
	Summe:	84
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-G3	6
II	Q-GK-G4	9
III	Q-GK-S1	6
VI	Q-GK-S2	9
V	Q-GK-S3	9
VI	Q-GK-S4	9
	Summe:	48

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A1	10
II	Q-LK-A2	20
III	Q-LK-A3	20
IV	Q-LK-A4	20
V	Q-LK-A5	20
VI	Q-LK-A6	20
VII	Q-LK-G1	10
VIII	Q-LK-G2	10
	Summe:	130
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-G3	10
II	Q-LK-G4	10
III	Q-LK-G5	10
IV	Q-LK-G6	10
V	Q-LK-S1	5
VI	Q-LK-S2	10
VII	Q-LK-S3	5
VIII	Q-LK-S4	10
IX	Q-LK-S5	10
X	Q-LK-S6	10
	Summe:	90

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Couven-Gymnasiums verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Einführungsphase

EF-UV1 (Stochastik1): Den Zufall im Griff – Modellieren von Zufallsprozessen

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... (Erwartungswert) 	<p>Ein empfehlenswertes Einstiegsbeispiel zu den Pfadregeln ist das Ziegenproblem oder die Kombination einer sensitiven Umfrage (z.B. „Hast du schon einmal Drogen genommen?“) mit einem Zufallsexperiment.</p> <p>Zur Modellierung von Wirklichkeit werden auch Simulationen unter Verwendung des GTR geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).</p> <p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren,</p> <p>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituation vertieft werden.</p> <p>Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</p>

EF-UV2 (Stochastik2): Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<p>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes sind Früherkennungs- oder Diagnosetests geeignet, zur Vertiefung die Beispiele Lügendetektor und Heroinsucht.</p> <p>Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.</p> <p>Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</p>

**EF-UV3 (Analysis1): Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext
(Experimentieren mit GTR, Validieren mittels Algebra)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen (Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten, Asymptoten), • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenz-, Sinus-, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter, • beschreiben Wachstumsprozesse mit Hilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mit Hilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur. (<i>Vermuten</i>) <p>Kommunizieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang. (<i>Produzieren</i>) 	<p>Bei den Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten werden algebraische Rechentechniken parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt und, wenn erforderlich, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird auf diese Weise Rechnung getragen, beispielsweise bei linearen und quadratischen Funktionen. Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.</p> <p>Eigenschaften von Potenzfunktionen und einfache Transformationen werden mit Hilfe des GTR (Zeichnen von Graphen) entdeckt und anschließend formuliert und mathematisiert. Es empfiehlt sich bei den Transformationen der Einstieg mit der Sinusfunktion, weil man an ihr die Auswirkungen besonders gut erkennen kann. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und deren Graphen unter dem Transformationsaspekt betrachtet.</p> <p>Der Einstieg in lineare und exponentielle Wachstumsmodelle geschieht durch die Beispiele Ansparmodell 1 (lineares Wachstum), Waldfläche (lineare Abnahme), Ansparmodell 2 (exponentielles Wachstum) und radioaktiver Zerfall (exponentielle Abnahme). Weitere geeignete Beispiele wären Populationsentwicklungen, Abkühlungsvorgänge, Altersbestimmungen. Aus gegebenen Tabellen oder prozentualen Zu-/Abnahmewerten wird eine Funktionsgleichung für das exponentielle Wachstum/Zerfall pro Zeiteinheit (Wurzelziehen oder Hochrechnen des Wachstumsfaktors) aufgestellt. Mit Hilfe der Funktionsgleichung werden dann weitere Funktionswerte ausgerechnet (Zukunft oder Vergangenheit) und auch mit Hilfe des Logarithmus Fragen nach der Zeit beantwortet (insbesondere Halbwert- und Verdopplungszeit).</p>

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Tabellenkalkulation und grafikfähige Taschenrechner,
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle,
 - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.

EF-UV4 (Analysis2): Eigenschaften ganzrationaler Funktionen, auch Anwendungen im Sachkontext

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen Eigenschaften ganzrationaler Funktionen (Symmetrie, Unendlichkeitsverhalten, Verhalten in $x=0$, Nullstellen durch pq-Formel, Faktorisieren oder Substituieren (ohne digitale Hilfsmittel), • wenden die Eigenschaften ganzrationaler Funktionen im Sachkontext an, <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus (GTR), die den Lösungsweg unterstützen. (<i>Lösen</i>) <p>Argumentieren</p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur. (<i>Vermuten</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang. (<i>Produzieren</i>) <p>Werkzeuge <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <p>... Lösen von Gleichungen, ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.</p>	<p>Die Motivation zur Beschäftigung mit ganzrationalen Funktionen kann z.B. durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere zu ganzrationalen Funktionen vom Grad 3.</p> <p>Die vielfältigen Graphen ganzrationaler Funktionen vom Grad größer/gleich 3 werden mit Hilfe des GTR entdeckt, wobei Parameter gezielt variiert werden können. Es werden die Symmetrie zum Ursprung und das Unendlichkeitsverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.</p> <p>Qualitativ kann hier schon im Vergleich zur konstanten Steigung einer Geraden die Besonderheit einer variablen Steigung angesprochen werden (Bedeutung von flacher/steiler Steigung) und Punkte mit besonderer Steigung (Hoch-/Tief-/Sattelpunkte mit Steigung 0, Punkte mit größter/kleinster Steigung).</p> <p>Mit Hilfe der Transformationen können hier auch verschobene Symmetrien besprochen werden.</p> <p>Eine Kontrolle der Nullstellenberechnungen geschieht über den GTR.</p>

EF-UV5 (Analysis 3): Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, Ableitungsregeln

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen die durchschnittliche Änderungsrate und interpretieren sie im Kontext, • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten, • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangentensteigung, • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, (h-Methode) • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an, • bestimmen Tangentengleichungen (innermathematische Anwendung), • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion). <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells aus, (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation, (<i>Erkunden</i>) • erkennen Muster und Beziehungen, (<i>Erkunden</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus. (<i>Lösen</i>) 	<p>Der Einstieg in die durchschnittliche Änderungsrate geschieht durch Beispiele mit unterschiedlichen Sachzusammenhängen (Autofahrt, Segelflugzeug, Tauernloipe, Hochwasser), die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).</p> <p>Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.</p> <p>Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät (Tachometer) ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt (Autofahrt). Neben zeitabhängigen Vorgängen wird auch ein geometrischer Kontext betrachtet (z. B. Höhenprofil, Gebietsbegrenzung)</p> <p>Dynamische-Geometrie-Software (GTR) werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Für eine quadratische und kubische Potenzfunktion wird der Grenzübergang mit der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Die Lernenden vermuten dann eine Formel für die Ableitung einer beliebigen Potenzfunktion und auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Berechnung konkreter Ableitungswerte mit dem GTR werden die Vermutungen erhärtet. An dieser Stelle erweitert der Unterricht besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Entdeckens und Vermutens, dagegen spielen hier Kontexte eine untergeordnete Rolle.</p> <p>Beim Aufstellen einer Tangentengleichung mit Hilfe der Ableitung kann auch die Normale angesprochen werden.</p> <p>Die Anwendung der Ableitung im Sachkontext (Änderungsrate, Höhenprofil) soll in vielfältigen Beispielen angesprochen werden.</p>

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf, (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden, (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle,
 - ... grafischen Messen von Steigungen,
 - ... Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.

EF-UV6 (Analysis 4): Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen
(komplette Funktionsuntersuchung)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • leiten Funktionen graphisch ab (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion), • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen, • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen, (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes), (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus. (<i>Lösen</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]), (<i>Begründen</i>) • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie. (<i>Beurteilen</i>) 	<p>Das graphische Ableiten kann mit dem GTR eingeführt werden, soll aber auch durch Begründung der Zusammenhänge zwischen dem Graphen von f und seiner Ableitung geschehen. Durch das graphische Ableiten entdecken die Lernenden Kriterien für das Monotonieverhalten und die Extrempunkte, qualitativ erfahren sie Extremstellen in der Ableitung als Stellen, in denen die Steigung von f maximal oder minimal ist.. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p>Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten.</p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p>

EF-UV7 (Geometrie1): Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells. (<i>Mathematisieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus. (<i>Produzieren</i>) 	<p>Zum Einstieg kann man im zweidimensionalen Raum das bekannte kartesische Koordinatensystem mit den Polarkoordinaten vergleichen, hier wird noch einmal der Sinus und der Cosinus aufgegriffen.</p> <p>Im dreidimensionalen Raum empfiehlt sich zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens der Einstieg über die Spider-Cam, sowie das Darstellen von Punkten in einem dreidimensionalen Koordinatensystem einschließlich des zugehörigen Quaders und Spiegelungen an Koordinatenachsen und -ebenen. Unterstützend kann neben den Koordinatensystemmodellen eine dynamische Geometrie Software eingesetzt werden.</p>

EF-UV8 (Geometrie): Vektoren bringen Bewegung in den Raum

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren,• stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar,• addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität,• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras,• weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (<i>Lösen</i>)• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, (<i>Lösen</i>)• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus. (<i>Lösen</i>) <p>Kommunizieren</p> <ul style="list-style-type: none">• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang. (<i>Produzieren</i>)	<p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten ((ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p> <p>Gerichtete Größen (Geschwindigkeit, Kraft) werden durch Vektoren dargestellt.</p> <p>Anhand verschieden komplexer Dachformen werden mit Hilfe von Mittelpunkten und Seitenlängen Dachflächen (rechtwinklige und gleichschenklige Dreiecke, Rechtecke und gleichschenklige Trapeze) berechnet.</p>

Qualifikationsphase

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, (graph. Integrieren) • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen, (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (<i>Produzieren</i>) • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus, (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, (<i>Produzieren</i>) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar, (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie. (<i>Produzieren</i>) 	<p><i>Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.</i></p> <p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.</p> <p>Der Einstieg erfolgt über eine Geschwindigkeitsfunktion (Fahrtenschreiber), bei der zunächst näherungsweise von der Geschwindigkeit auf die zurückgelegte Strecke geschlossen wird. Bei der Systematisierung wird anfangs aus einer konstanten Geschwindigkeit durch Alltagserfahrung auf die gefahrene Entfernung geschlossen. Dies wird sukzessive auf lineare und quadratische Funktionen übertragen und das entdeckte (geometr.: Flächeninhalt, rechnerisch: Umkehrung der Ableitung) Prinzip erweitert. Die Legitimation dieses Vorgehens wird bei Näherungsverfahren (Annäherung über Rechtecksummen). Die Annäherung über Rechteckflächen ist auch geeignet zur Begründung der Integralschreibweise aus der Historie.</p> <p>Im Anschluss an den Einstiegskontext wird an vielfältigen Anwendungen das Thema „Von der Änderungsrate zum Bestand“ vertieft, z.B. Zu- /Abfluss, Pflanzenwachstum, Populationsentwicklungen, Höhenprofile, ... vertieft. An dieser Stelle ist arbeitsteilige Gruppenarbeit mit Präsentationen geeignet.</p> <p>Beim graphischen Integrieren werden die Wendepunkte (Krümmungswechsel von f) als lokale Extrema der ersten Ableitung entdeckt und im Sachkontext interpretiert (lokal maximale/ minimale Änderung/ Steigung). Der GTR wird zur Kontrolle der entwickelten Graphen und Integrale eingesetzt. Die Beispiele werden hier aus dem Bereich der ganzrationalen Funktionen gewählt und daher zu diesem Zeitpunkt nur die Integrationsregeln bei ganzrationalen Funktionen formuliert und angewendet. Ein mathematischer Nachweiserfolgt im Zusammenhang mit den Integralfunktionen (s. Q-LK-A2).</p>

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion,
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs,
- bestimmen Integrale numerisch [...],
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf, (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden, (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her, (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten, (*Begründen*)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise, (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Durch Ableiten der Integralfunktion J_a können die Schülerinnen und Schüler selbst entdecken, dass J_a eine Stammfunktion der Randfunktion f ist. Dieser Zusammenhang wird mit dem GTR durch einen Vergleich der Graphen von J_a und f betätigt. Hier können numerische Näherungsverfahren mit Hilfe des GTR thematisiert werden.

Die Intervalladditivität und Linearität wird bei Flächenberechnungen (Fläche zwischen Graph und x-Achse, Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen, komplexe Flächen) thematisiert und angewendet. Hier wird der GTR zur Veranschaulichung von Graphen und bei der Kontrolle von Integralwerten eingesetzt.

Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)

Mit der Rotation um die y-Achse kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Thema Umkehrfunktionen aufgegriffen werden.

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...
 - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse,
 - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals.

Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen,
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“),
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung,,
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten,
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
- beschreiben den Einfluss eines Scharparameters (Funktionsscharen).

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzzahliger Funktionen entwickelt.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

Zunächst werden nur Beispiele ausgewählt, die maximal drei Unbekannte haben. Bei (3x3)-Gleichungssystemen wird der Gauß-Algorithmus angewendet. Im Anschluss werden Gleichungssysteme mit vier oder mehr Variablen mit Hilfe des GTR gelöst. Eine Kontrolle der ermittelten Funktionsgleichung erfolgt über den GTR (Zeichnen des Graphen und Anzeigen besonderer Punkte).

Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden

- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen.

Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler ist es möglich, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen.

Thema: Optimierungsprobleme (Q-LK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese,
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten,
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen,
 - Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück,
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. (*Validieren*)

Problemlösen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation, (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen, (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...), (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen, (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten. (*Reflektieren*)

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion,
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion,
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Exponentialfunktion
 - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
 - natürliche Logarithmusfunktion,
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme), (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung. (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... grafischen Messen von Steigungen,
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.

Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.

Dazu kann man ggfs. eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Ex-

- Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.

ponentialfunktionen abgeleitet werden.

Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum,
- bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen,
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu, (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse werden um Änderungsrate und Stammfunktion ergänzt (Ableitungen und Integration)

Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.

Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet sich hier die Erarbeitung komplexer Integrationsregeln (Substitution, part. Integration) an.

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden in Parameterform dar, • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten, • berechnen Schattenwürfe, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten (Extremwertaufgabe). <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung. (<i>Validieren</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</p> <p>Bei den Lagebeziehungen wird unterschieden zwischen der gegenseitigen Lage zweier Geraden (verschiedene Parameter, LGS) und dem kleinsten Abstand zweier sich geradlinig bewegenden Objekte (gleicher Parameter, Extremwertaufgabe).</p>

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software,
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden,
... Darstellen von Objekten im Raum.

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es, • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...]. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation, (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten. (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. Mit Hilfe des Skalarprodukts wird die Winkelformel zur Berechnung des Winkels zwischen zwei Vektoren hergeleitet. Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.</p> <p>Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.</p> <p><i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ und $(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren \vec{a} und \vec{b} eines Parallelogramms.</i></p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei wird insbesondere das Verfahren der Fußpunktbestimmung über einen zur Geraden senkrechten Verbindungsvektor mit der Minimierung der Länge des Verbindungsvektors durch analytische Methoden verglichen, und dadurch die unterschiedlichen Inhaltsbereiche miteinander vernetzt.</p>

Thema: Ebenengleichungen und Lagebeziehungen (Q-LK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar,
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es (Normalenvektor),
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, (Spurpunkte)
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen zwei Ebenen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff), (Begründen)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (Begründen)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (Beurteilen)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, (Rezipieren)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (Produzieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen. (Produzieren)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen:

Betrachtet wird die Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ($\vec{a} = \mathbf{0}$) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet.

Zu Beginn der Betrachtung von Ebenendarstellungen empfiehlt sich die Parametergleichung, da sie an die Parametergleichung von Geraden anknüpft und anschaulich ist. Da sie aber rechenunfreundlich ist, wird nur das Aufstellen einer Parametergleichung (aus drei Punkten, aus Punkt und Gerade, aus zwei Geraden) besprochen. Über das Skalarprodukt wird dann die Normalen- bzw. Koordinatengleichung als rechenfreundliche Alternative eingeführt, als Sonderfall ggfs. die Achsenabschnittsform (Spurpunkte).

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.

Beim Wechsel von der Parameter- zu einer Koordinatenform wird der Normalenvektor über das Kreuzprodukt der Spannvektoren berechnet, umgekehrt wird eine Parametergleichung durch drei Punkte aus der Koordinatengleichung ermittelt. An dieser Stelle wird betrachtet, dass nur mit Hilfe der Parameterform Einschränkungen des Definitionsbereiches (z.B. auf Parallelogramme, Dreiecke) durch Intervalle für die Parameter vorgenommen werden können.

Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen zwei Ebenen erfolgen unter Verwendung der Koordinatengleichung oder durch GTR-Einsatz.

Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen Schnittwinkel bei sich schneidenden Geraden, Ebenen oder beim Schnitt von Gerade und Ebene, • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff), (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen, (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie, (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität. (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Die Schnittwinkelformeln (mit \sin/ \cos) werden aus der Formel für den Winkel zwischen zwei Vektoren hergeleitet.</p> <p>Bei der Abstandsbestimmung eines Punktes von einer Geraden wird das Lotebenen-Verfahren dem Lotgeraden-Verfahren gegenüber gestellt. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung und der Abstandsberechnung mit Hilfe des Skalarprodukts an.</p> <p>Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten (Formel bzw. HNF, Hilfsebenen, Punktescharen) genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. Die Abstände paralleler Geraden und Ebenen werden auf die Abstände Punkt/ Ebene bzw. Punkt/ Gerade zurückgeführt.</p>

Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

(in komplexen Aufgaben und in Anwendungskontexten)

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an,
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen,
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar,
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen,
- berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext,
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung),
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]), (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz. (*Reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Weitere Formen der Abstandsrechnungen müssen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.

Der Einsatz des GTR bietet Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen,
 - ... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen.

Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: (in komplexen Aufgaben und in Anwendungskontexten) <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden in Parameterform dar, • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar, • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen, • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. (<i>Validieren</i>) • 	<p><i>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezept-sammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</i></p> <p>Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-)satz von Euklid.</p> <p>Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.</p>

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten, (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz, (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung. (*Reflektieren*)

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: (WH EF) <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (<i>Validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen, [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen,
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen,
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen,

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modelumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung,
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen,
- nutzen die σ -Regeln für prognostische Aussagen,
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen .

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern), (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung. (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen, [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen,

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:

In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$.

Das Konzept der σ -Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen,... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen, (Erwartungswert, Standardabweichung)... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen. | |
|--|--|

Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion,
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen,
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve).

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen. (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen. (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Ergänzung für leistungsfähige Kurse: Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen,
 - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen,
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen,
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen,
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.

Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse,
- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (*Validieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen, (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (*Produzieren*)
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei. (*Diskutieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:

- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme als Matrix-Vektor-Produkt dar,
- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen,
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände).

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (*Beurteilen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Einstieg empfiehlt sich die Darstellung von linearen Gleichungssystemen als Matrix-Vektor-Produkt. Hier kann das Lösungsverhalten linearer Gleichungssysteme und der Gaußalgorithmus vertieft werden.

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, (graph. Integrieren) • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen, (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (<i>Produzieren</i>) • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus, (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, (<i>Produzieren</i>) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar, (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie. (<i>Produzieren</i>) 	<p><i>Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.</i></p> <p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.</p> <p>Der Einstieg erfolgt über eine Geschwindigkeitsfunktion (Fahrtenschreiber), bei der zunächst näherungsweise von der Geschwindigkeit auf die zurückgelegte Strecke geschlossen wird. Bei der Systematisierung wird anfangs aus einer konstanten Geschwindigkeit durch Alltagserfahrung auf die gefahrene Entfernung geschlossen. Dies wird sukzessive auf lineare und quadratische Funktionen übertragen und das entdeckte (geometr.: Flächeninhalt, rechnerisch: Umkehrung der Ableitung) Prinzip erweitert. Die Legitimation dieses Vorgehens wird bei Näherungsverfahren (Annäherung über Rechtecksummen). Die Annäherung über Rechteckflächen ist auch geeignet zur Begründung der Integralschreibweise aus der Historie.</p> <p>Im Anschluss an den Einstiegskontext wird an vielfältigen Anwendungen das Thema „Von der Änderungsrate zum Bestand“ vertieft, z.B. Zu- /Abfluss, Pflanzenwachstum, Populationsentwicklungen, Höhenprofile, ... vertieft. An dieser Stelle ist arbeitsteilige Gruppenarbeit mit Präsentationen geeignet.</p> <p>Beim graphischen Integrieren werden die Wendepunkte (Krümmungswechsel von f) als lokale Extrema der ersten Ableitung entdeckt und im Sachkontext interpretiert (lokal maximale/ minimale Änderung/ Steigung). Der GTR wird zur Kontrolle der entwickelten Graphen und Integrale eingesetzt. Die Beispiele werden hier aus dem Bereich der ganzrationalen Funktionen gewählt und daher zu diesem Zeitpunkt nur die Integrationsregeln bei ganzrationalen Funktionen formuliert und angewendet. Ein mathematischer Nachweiserfolgt im Zusammenhang mit den Integralfunktionen (s. Q-LK-A2).</p>

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung),
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge,
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf, (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden, (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her. (*Begründen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse,
... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals.

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Durch Ableiten der Integralfunktion J_a können die Schülerinnen und Schüler selbst entdecken, dass J_a eine Stammfunktion der Randfunktion f ist. Dieser Zusammenhang wird mit dem GTR durch einen Vergleich der Graphen von J_a und f betätigt. Hier können numerische Näherungsverfahren mit Hilfe des GTR thematisiert werden.

Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flughäfen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p>Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.</p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Zunächst werden nur Beispiele ausgewählt, die maximal drei Unbekannte haben. Bei (3x3)-Gleichungssystemen wird der Gauß-Algorithmus angewendet. Im Anschluss werden Gleichungssysteme mit vier oder mehr Variablen mit Hilfe des GTR gelöst. Eine Kontrolle der ermittelten Funktionsgleichung erfolgt über den GTR (Zeichnen des Graphen und Anzeigen</i></p>

<p>dieren)</p> <ul style="list-style-type: none"> reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen 	<p><i>besonderer Punkte).</i></p> <p>Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.</p>
---	---

Thema: Optimierungsprobleme (Q-GK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. *Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.*

An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.

Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>)• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) | |
|--|--|

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion,
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze,
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang,
- bilden die Ableitungen natürlicher Exponentialfunktionen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme), (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung. (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... grafischen Messen von Steigungen,
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.

Dazu könnten sie ggfs. eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

- Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus,
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse werden um Änderungsrate und Stammfunktion ergänzt (Ableitungen und Integration).d

Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.

In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) | |
|--|--|

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden in Parameterform dar, • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten, • berechnen Schattenwürfe, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwei sich geradlinig bewegenden Objekten (Extremwertaufgabe). <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung. (<i>Validieren</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</p> <p>Bei den Lagebeziehungen wird unterschieden zwischen der gegenseitigen Lage zweier Geraden (verschiedene Parameter, LGS) und dem kleinsten Abstand zweier sich geradlinig bewegenden Objekte (gleicher Parameter, Extremwertaufgabe).</p>

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software,
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden,
 - ... Darstellen von Objekten im Raum.

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung).

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation, (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]), (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz. (*Reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).

Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden.

Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Thema: Darstellung von Ebenen (Q-GK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar,
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es (Normalenvektor),
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, (Spurpunkte)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff), (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (*Beurteilen*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen. (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn der Betrachtung von Ebenendarstellungen empfiehlt sich die Parametergleichung, da sie an die Parametergleichung von Geraden anknüpft und anschaulich ist. Da sie aber rechenunfreundlich ist, wird nur das Aufstellen einer Parametergleichung (aus drei Punkten, aus Punkt und Gerade, aus zwei Geraden) besprochen. Über das Skalarprodukt wird dann die Normalen- bzw. Koordinatengleichung als rechenfreundliche Alternative eingeführt, als Sonderfall ggfs. die Achsenabschnittsform (Spurpunkte).

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.

Beim Wechsel von der Parameter- zu einer Koordinatenform wird der Normalenvektor über das Kreuzprodukt der Spannvektoren berechnet, umgekehrt wird eine Parametergleichung durch drei Punkte aus der Koordinatengleichung ermittelt. An dieser Stelle wird betrachtet, dass nur mit Hilfe der Parameterform Einschränkungen des Definitionsbereiches (z.B. auf Parallelogramme, Dreiecke) durch Intervalle für die Parameter vorgenommen werden können.

Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen [...]. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.</p> <p><i>Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).</i></p> <p>Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene oder zwischen zwei Ebenen werden mit der rechenfreundlichen Koordinatengleichung behandelt.</p>

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (<i>Validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente, • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen. [...] <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation. (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...], • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen, ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen, ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen, ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen. (Erwartungswert, Standardabweichung) 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen,
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung, (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen, (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her, (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten. (*Begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:

- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.

Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme als Matrix-Vektor-Produkt dar,
- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen,
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände).

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her, (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können. (*Beurteilen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Einstieg empfiehlt sich die Darstellung von linearen Gleichungssystemen als Matrix-Vektor-Produkt. Hier kann das Lösungsverhalten linearer Gleichungssysteme und der Gaußalgorithmus vertieft werden.

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

- 16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle (selbst)differenzierende Aufgaben (z. B. „Blütenaufgaben“) eingesetzt.
- 23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.

- 24) Parallel zum Haus- bzw. Übungsheft wird in allen Kursen ein Portfolio als „Wissensspeicher“ geführt, in dem fachliche Inhalte und Erkenntnisse bezüglich der Prozesse in systematischer Form gesichert werden.
- 25) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 26) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Hinweis: Sowohl die Schaffung von Transparenz bei Bewertungen als auch die Vergleichbarkeit von Leistungen sind das Ziel, innerhalb der gegebenen Freiräume Vereinbarungen zu Bewertungskriterien und deren Gewichtung zu treffen.

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden im Vorfeld abgesprochen und nach Möglichkeit gemeinsam gestellt.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Schülerinnen und Schüler als Rückmeldung erhalten.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.
- Das von den Schülerinnen und Schülern in allen Kursen geführte Portfolio (vgl. 2.2), wird von der Lehrkraft am Ende jedes Quartals als Teil der Leistung im Rahmen der sonstigen Mitarbeit benotet. Dabei wird vor allem die Sorgfalt und Vollständigkeit der Dokumentation bewertet.
- Sofern schriftliche Übungen (20 Minuten als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens) gestellt werden sollen, verständigen sich dazu die Fachlehrkräfte paralleler Kurse und verfahren in diesen gleichartig.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)

- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, hier die obere Grenze der Bandbreite für Q1 und Q2 zu nutzen). (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, in allen Klausuren dieser Kurshalbjahre einheitlich zu verfahren). (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Führung des Portfolios
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen bindend differenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Übergeordnete Kriterien:

Die Bewertungskriterien für eine Leistung müssen den Schülerinnen und Schülern transparent und klar sein. Die Fachkonferenz legt allgemeine Kriterien fest, die sowohl für die schriftlichen als auch für die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung gelten. Dazu gehört auch die Darstellung der Erwartungen für eine gute und für eine ausreichende Leistung.

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOST §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Die Schülerin, der Schüler</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet	erarbeitet neue Lerninhalte mit

	neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Portfolio	führt das Portfolio sorgfältig und vollständig	führt das Portfolio weitgehend sorgfältig, aber teilweise unvollständig
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Die Fachkonferenz legt in Abstimmung mit der Schulkonferenz und unter Berücksichtigung von § 48 SchulG und §13 APO-GOST fest, zu welchen Zeitpunkten und in welcher Form Leistungsrückmeldungen und eine Beratung im Sinne individueller Lern- und Förderempfehlungen erfolgen.

2.4 Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz erstellt eine Übersicht über die verbindlich eingeführten Lehr- und Lernmittel, ggf. mit Zuordnung zu Jahrgangsstufen (ggf. mit Hinweisen zum Elternteil).

Ergänzt wird die Übersicht durch eine Auswahl fakultativer Lehr- und Lernmittel (z. B. Fachzeitschriften, Sammlungen von Arbeitsblättern, Angebote im Internet) als Anregung zum Einsatz im Unterricht.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Fach- und aufgabenfeldbezogene sowie übergreifende Absprachen, z. B. zur Arbeitsteilung bei der Entwicklung crosscurricularer Kompetenzen (ggf. Methodentage, Projektwoche, Facharbeitsvorbereitung, Schulprofil...)

Nutzung außerschulischer Lernorte

...

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz (als professionelle Lerngemeinschaft) trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.3) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2015 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.